

Vorbereitungskurs Mathematik – BOS II

Die zurückliegenden Erfahrungen haben gezeigt, dass viele unserer Berufsoberschüler im Fach Mathematik große Schwierigkeiten haben. Die Gründe hierfür sind vielschichtig und zum Teil auch durch die lange zeitliche Abwesenheit des Unterrichtsfaches Mathematik bedingt.¹

Der Förderverein der BBS III Mainz bietet daher einen Mathematik-Vorbereitungskurs an. Darin werden im Wesentlichen die mathematischen Grundlagen, die zur Fachhochschulreife führten, zusammengefasst und wiederholt. Unsere Schwerpunkte liegen hierbei in der Förderung der Fachkompetenzen im Umgang mit verschiedenen Funktionstypen unter Anwendung der Differential- und Integralrechnung.

Der Kurs umfasst fünf Unterrichtsstunden à 45 Minuten, an einem Tag in den Räumen unserer Schule. Der Kurs findet voraussichtlich statt am:

22. Juni 2024 (Samstag) von 08:45 bis 13:00

Die Schülerzahl ist auf 14 pro Kurs begrenzt. Die Kursgebühr beträgt **20 €**. Arbeitsblätter in Form eines Skripts werden gestellt; mitzubringen sind kariertes Papier, Taschenrechner, Bleistift, Stifte in drei Farben und ein Geodreieck.

Falls der Vorbereitungskurs für Sie von Interesse ist oder Sie diesbezüglich Fragen haben sollten, wenden Sie sich bitte **bis zum 17. Mai 2024** unter dem Betreff: VK Mathe – BOS2 an den Vorbereitungskurskoordinator der Mathematik an der BBS III:

markus.prahm@bbs3-mz.de

Nach dem 17. Mai 2024 werden Sie dann eine E-Mail mit allen erforderlichen Informationen erhalten. Erst dann können Sie sich verbindlich anmelden.

¹ Eine Möglichkeit zur Einschätzung Ihrer gegenwärtigen mathematischen Kompetenzen findet sich nebenstehend auf diesem Flyer.

Aufgabe 1

Nach erfolgreichem Studium der Betriebswirtschaftslehre finden Sie einen Arbeitsplatz bei einem unter den Marktbedingungen des reinen Wettbewerbs (Polypol) agierenden Unternehmens der Metallbranche, das sich auf Zubehöerteile für die Automobilindustrie spezialisiert hat. Aufgrund Ihrer Mathematikkompetenzen werden Sie von der Geschäftsleitung gleich mit einem Produktsorgenkind des Unternehmens konfrontiert. Hierbei handelt es sich um die Produktlinie „Stoßdämpfer“, welche sich einem härter werdenden Preiskampf mit Konkurrenzprodukten ausgesetzt sieht. Ihre Aufgabe soll es nun sein, für die Geschäftsleitung die absatzpolitischen Möglichkeiten der Produktlinie „Stoßdämpfer“ näher zu analysieren.

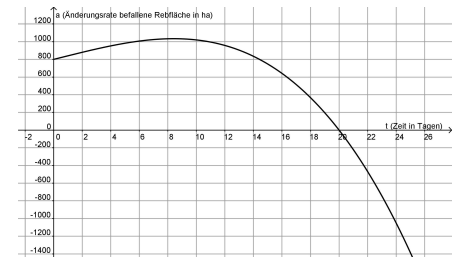
Aus dem Controlling-Bereich der Unternehmung werden Ihnen für die Produktlinie „Stoßdämpfer“ folgende Daten zur Verfügung gestellt (Daten beziehen sich ausschließlich auf die Produktlinie „Stoßdämpfer“):

Die Kapazitätsgrenze liegt bei acht Mengeneinheiten (:=ME), die Fixkosten belaufen sich auf 12,5 Geldeinheiten (:=GE), der Verkaufspreis pro ME liegt bei 5 GE, die variablen Gesamtkosten können durch die ertragsgesetzlich determinierte Funktion $K_{\text{var}}(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 6x$ modelliert werden. Es wird eine beliebige Teilbarkeit der Mengeneinheiten unterstellt.

- 1.1 Bestimmen Sie den ökonomischen Definitionsbereich sowie die Gesamtkostenfunktion.
- 1.2 Ermitteln Sie die Stelle, bei der die Grenzkosten von einem degressiven in einen progressiven Verlauf übergehen. In welchem Bereich verhalten sich die Grenzkosten degressiv und in welchem Bereich progressiv?
- 1.3 Weisen Sie nach, dass für die langfristige Preisuntergrenze ein Verkaufspreis von 4,75 GE anzusetzen ist. Wie ist diese Situation ökonomisch zu interpretieren?
- 1.4 Ermitteln Sie für obige Datenausgangslage das Gewinnmaximum.
- 1.5 Durch die Einführung einer neuen Verfahrenstechnologie im Fertigungsbereich der Stoßdämpfer, können die variablen Stückkosten so geändert werden, so dass die resultierenden variablen Stückkosten im Punkt $P(4;1)$ minimal sind und für $K_{\text{var}}(0)=5$ gilt. Leiten Sie die neue variable Stückkostenfunktion rechnerisch her, wenn ein quadratischer Funktionsverlauf unterstellt wird.

Aufgabe 2

Auch die Reben in Rheinhessen, mit über 26.000 Hektar Rebfläche größtes Weinbaugebiet in Deutschland, sind der Bedrohung von Schädlingen wie etwa Spinnmilben ausgesetzt. Die Ansiedelung von sog. Nützlingen wie der Raubmilbe (*Typhlodromus pyri*) stellt ein probates Mittel zur Regulierung von Spinnmilbenpopulationen auf biologischer Basis dar.



In dieser Aufgabe wird die Bekämpfung von Spinnmilben durch die Ansiedelung von Raubmilben ab dem heutigen Zeitpunkt ($t = 0$), zu dem bereits 3.000 Hektar Rebfläche befallen sind, modelliert. Nebenstehende Graphik zeigt den voraussichtlichen Verlauf der Änderungsrate a (Wachstumsrate) der von Spinnmilben befallenen Rebfläche (in Hektar) in Abhängigkeit von der Zeit t (in Tagen) nach Ansiedelung der Raubmilben. Der abgebildete Verlauf der Änderungsrate kann durch die Funktion

$$a(t) = -\frac{1}{10} \cdot (2,2 \cdot t^3 - 4 \cdot t^2 - 400 \cdot t - 8000)$$
 beschrieben werden.

- 2.1 Beschreiben Sie anhand der Graphik, wie sich die insgesamt befallene Rebfläche entwickelt und weisen Sie nach, dass sich die insgesamt befallene Rebfläche anhand der Funktion $A(t) = -0,055 \cdot t^4 + 0,13 \cdot t^3 + 20 \cdot t^2 + 800 \cdot t$ modellieren lässt.
- 2.2 Ermitteln Sie das Integral $\int_5^{10} a(t) dt$ und interpretieren Sie Ihr Ergebnis im Kontext der dargestellten Situation.
- 2.3 Geben Sie an, nach wie vielen Tagen die von Spinnmilben befallene Rebfläche am größten ist (ohne Nachweis) und ermitteln Sie, wie viel Hektar Rebfläche zu diesem Zeitpunkt insgesamt befallen sind. Ermitteln Sie zudem, wie viel Hektar Rebfläche bis zu diesem Tag im Durchschnitt befallen gewesen sind.
- 2.4 Weisen Sie nach, dass die Extremstelle von $a(t)$ bei $t = 8,48$ einer Wendestelle von $A(t)$ entspricht.
- 2.5 Weisen Sie nach, dass zwischen dem 31. und 32. Tag die Spinnmilbe „ausgerottet“ zu sein scheint und die gesamte Rebfläche offenbar schädlingfrei ist.
- 2.6 Zeichnen Sie anhand Ihrer Ergebnisse den Graph der Funktion $A(t)$.